Eine anschauliche Deutung der Feinstrukturanomalie des Positroniums

Von Walter Humbach

Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke Erlangen AG

(Z. Naturforschg. **10a**, 347 [1955]; eingeg. am 2. März 1955)

Der 1 S-Grundzustand des aus einem Elektron-Positron-Paar bestehenden Positroniums ist in einen $^1S_0$- und einen $^3S_1$-Term aufgespalten. Die Größe dieser Feinstruktur wird durch die Spin-Spin-Wechselwirkung nur etwa zur Hälfte beschrieben. Der verbleibende Rest, die sog. Feinstrukturanomalie des Positroniums[1], wurde z. B. in einer Theorie von Berestetski[2, 3] durch virtuelle Zwischenzustände erklärt. In diesen kann man sich das Triplett-Positronium durch die für den normalen Zerfall verbotene Einquanten-Vernichtung kurzzeitig zerfallen denken. Die zu den Zwischenzuständen gehörende Störenergie wird von Berestetski durch ein zur räumlichen δ-Funktion proportionales Störpotential beschrieben.

Für eine andere Feinstrukturanomalie, den Lambshift[4, 5] des Wasserstoffs, hatte schon früher Welton[6] eine anschauliche Deutung des physikalischen Sachverhaltes angegeben und begründet. Die Wechselwirkung des Elektrons mit den Nullpunktsschwankungen des Strahlungsfeldes wird dabei ebenfalls durch ein zur räumlichen δ-Funktion proportionales Störpotential beschrieben.

Trotz der Verschiedenheit der physikalischen Grundvorstellungen legt die angedeutete formale Analogie die nachfolgende anschauliche Deutung der Anomalie der Positroniumfeinstruktur nahe.

Nimmt das Triplett-Positronium einen virtuellen Zwischenzustand ein, in dem es in ein Quant zerfallen ist, so muß es sich zur Erhaltung des Impulses unmittelbar danach wieder materialisieren. Die Unbestimmtheitsrelation fordert dabei, daß der Relativabstand von Elektron und Positron nach der Materialisierung bis auf eine kleine Verrückung $\mathfrak{x}$ von der Größenordnung der Compton-Wellenlänge erhalten bleibt. Sieht man also den Ort z. B. des Elektrons im Rahmen der Bewegungsgleichung für seine Wellenfunktion als bestimmt an, so unterliegt dieser Ort zusätzlich momentanen Schwankungen. Das Elektron mißt daher bei Berücksichtigung der virtuellen Zwischenzustände an der Stelle $\mathfrak{r}$ nicht mehr das Potential $V(\mathfrak{r})$ seiner Schrödinger-Gleichung, sondern das Potential $\overline{V(\mathfrak{r}+\mathfrak{x})}$. Der Strich bedeutet einen Mittelwert über die vorkommenden Verrückungen $\mathfrak{x}$. Als Zusatzenergie δE für die virtuellen Zwischenzustände ergibt sich also

$$\delta E = -e \int \psi^* \left(\overline{V(\mathfrak{r}+\mathfrak{x})} - V(\mathfrak{r})\right) \psi \, d\mathfrak{r}. \qquad (1)$$

Entwickelt man $V(\mathfrak{r}+\mathfrak{x})$ in eine Taylor-Reihe nach den Komponenten ξ, η, ζ des Vektors $\mathfrak{x}$ und mittelt über diese Komponenten, so fallen in (1) die Glieder nullter und erster Ordnung und die gemischten Glieder zweiter Ordnung fort. Berücksichtigt man ferner, daß $\overline{\xi^2} = \overline{\eta^2} = \overline{\zeta^2} = \overline{\mathfrak{x}^2}/3$ ist, so ergibt sich wie bei Welton durch Abbrechen nach dem quadratischen Glied

$$\delta E = (-e\overline{\mathfrak{x}^2}/6) \int \psi^* \Delta V \psi \, d\mathfrak{r}. \qquad (2)$$

Hier wirkt $\Delta V = -4\pi\varrho_{\text{Positron}}$ wegen der Kleinheit des Positronradius wie eine räumliche δ-Funktion. Für $\sqrt{\overline{\mathfrak{x}^2}}$ wählen wir die charakteristisch quantenelektrodynamische Größe $\lambda_c/2\pi$ = Compton-Wellenlänge$/2\pi$. So ergibt sich wegen $\psi^2(0) = 1/(8\pi a_{\text{H}}^3)$ als gesuchte Anomalie im Grundzustand

$$\delta E = (1/6)\,\alpha^2\,\text{Ry}_\infty. \qquad (3)$$

Die konsequente Rechnung z. B. nach Berestetski ergibt den dreifachen Wert. Da jedoch die Festsetzung $\overline{\mathfrak{x}^2} = (\lambda_c/2\pi)^2$ aus der Anschauung nur qualitativ begründet werden kann, ist diese Diskrepanz für den anschaulichen Inhalt der Ableitung wohl ohne Bedeutung.

[1] M. Deutsch u. Mitarbb., Phys. Rev. **82**, 455 [1951]; **83**, 207 [1951]; **84**, 601 [1951]; **85**, 1047 [1952].
[2] W. B. Berestetski u. L. D. Landau, J. exp. theor. Phys. USSR **19**, 673 [1949].
[3] W. B. Berestetski, J. exp. theor. Phys. USSR **19**, 1130 [1949].
[4] W. E. Lamb u. R. C. Retherford, Phys. Rev. **72**, 241 [1947].
[5] H. A. Bethe, Phys. Rev. **72**, 339 [1947].
[6] T. A. Welton, Phys. Rev. **74**, 1157 [1948].

Strahlungsdämpfung in Teilchenbeschleunigern mit kreisförmigem, fokussierendem Führungsfeld

Von Walter Humbach

Siemens-Reiniger-Werke AG, Erlangen, jetzt Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckertwerke AG, Erlangen

(Z. Naturforschg. **10a**, 347—348 [1955]; eingeg. am 2. März 1955)

Für $\dot{E}$, den Energieverlust je Zeiteinheit einer mit der Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ bewegten Ladung e, liefert die Relativitätstheorie den Ausdruck

$$\dot{E} = -\frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} \, \frac{\dot{\mathfrak{v}}^2 - [\mathfrak{v}, \dot{\mathfrak{v}}/c]^2}{(1-\beta^2)^3}. \qquad (1)$$

Mit $\dot{v} = \omega^2 R_s$ erhält man hieraus für Teilchen, die mit der Frequenz ω genau auf dem Sollkreis R_s eines Teilchenbeschleunigers laufen, den schon mehrfach, z. B. von Neumann[1], diskutierten Ausdruck

$$\dot{E} = -\frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3} \, \frac{\omega^4 R_s^2}{(1-\beta^2)^2}, \qquad (2)$$

der sicher auch für sehr hohe Energien den Energieverlust richtig wiedergibt.

Bei Abweichungen vom Sollkreis überlagern sich der Kreisbahn noch die durch die radiale Inhomogenität des Magnetfeldes erzwungenen radialen und axialen Schwingungen, so daß

[1] M. Neumann, Phys. Rev. **90**, 682 A [1953].